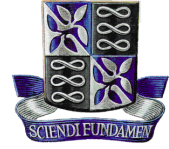




Prova 1 (substitutiva)
Mat. Discreta - MATA42 2017.2
Prof. Tertuliano Franco
Duração: 1h50. Data 11/01/2018



Instruções: justifique suas respostas.

(1) 2pt. Negue a afirmação

$$\exists x \in X \text{ tal que, } \forall y \in Y, \left((\forall z \in Z, p(z) \neq q(x, y)) \text{ ou } p(x) \cdot r(y) < 2 \right).$$

(2) 2pt. Considere a relação $\mathcal{R} = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : (a > 0 \text{ e } b > 0) \text{ ou } (a < 0 \text{ e } b < 0)\}$. Classifique esta relação como simétrica, antissimétrica, reflexiva, antirreflexiva, transitiva e/ou de equivalência.

(3) 2pt. Prove por indução que

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

para todo $n \geq 1$.

(4) 2pt. Prove por indução que

$$\left(1 + \frac{1}{1}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{n}\right) \leq n + 1$$

para todo $n \geq 1$.

(5) 2pt. Prove por indução que $2^n - 1$ é múltiplo de 3 para todo n par.